

**Муниципальное общеобразовательное учреждение-
Средняя общеобразовательная школа №36
города Белгорода .**

« Паркет для улиц и площадей»
Проектно – исследовательская работа

Работу выполнили:

Ткаченко Юлия

Баськов Евгений

11 «А» класс МОУ- СОШ №36

г. Белгород

Сахно Валентин

9 «С» класс МОУ- СОШ №36

г. Белгород

Руководители :

Мокрищева Ольга Алексеевна

Сафонова Инна Викторовна

учителя МОУ- СОШ №36

г. Белгорода

2011

Содержание

1. Введение.....	2
1.1. Актуальность темы.....	2
1.2. Цели.....	2
1.3. Гипотеза.....	2
2. Теоретическая часть.....	2-6
2.1. Математические основы паркетов.....	3
2.1.1. Правильные паркеты.....	4
2.1.2. Полуправильные паркеты.....	5
2.2. ЖБК-1 г. Белгорода, основы производства.....	6
2.2.1 Историческая справка.....	6
2.2.2. Производство.....	6
2.2.3. Типы плитки производимой на ЖБК-1.....	6
2.2.4 Виды укладки тротуарной плитки.....	6
3. Практическая часть	7- 9
3.1 Измерение параметров внутреннего двора школы и вычисление его площади	
3.2. Создание дизайн- проекта, различных способов укладки плитки.....	7
4. Заключение.....	9.
5. Литература	10
6. Приложение	11-13

1. Введение

1.1. Актуальность темы

Интерес к теме вызван тем, что в 2009 мы были на экскурсии в г. Санкт-Петербурге, посетили Екатерининский, Юсуповский дворец, Петродворец, Эрмитаж и были поражены красотой паркетов. В нашем городе за последние годы то же появились необыкновенные «паркеты», но они украшают площади и улицы, придавая им неповторимый колорит. Благоустройству уделяется большое внимание. Территория нашей школы давно нуждается в замене старого асфальтового покрытия. Как же создать такую красоту и нам? Ответ на этот вопрос мы попытались найти при разработке данного проекта. В процессе работы возникло много вопросов, при решении которых пришлось расширить область исследования. Изначально мы хотели выяснить только закономерность укладки тротуарной плитки исходя из знаний геометрии, но помимо этого, для создания дизайн – проекта школьного двора необходимо было собрать информацию о истории использования данного способа мощения, местном производстве, технологии изготовления, преимуществе выбранного нами материала, поэтому наша работа получилась такой разноплановой.

1.2. Цель работы

- 1.Расширение теоретической базы, аналитический обзор литературы.
- 2.Изучение геометрических приёмов составления паркетов и их практическое применение при укладке тротуарной плитки.
- 3.Развитие умений и навыков исследовательской работы и прикладное применение знаний в создании дизайн проекта.

1.3. Гипотеза

Расчеты для укладки тротуарной плитки производятся по тем же принципам, что и паркет.

2. Теоретическая часть

2.1. Математические основы паркетов

2.1.1. Паркеты из правильных одноименных многоугольников.

Выясним, из каких правильных многоугольников можно составить паркет?
Геометрические фигуры могут «встретиться» в вершине паркета только тогда, когда сумма их углов составляет 360 градусов, иначе они не сомкнутся вокруг вершины или «налезут» друг на друга).

Главное условие, необходимое для построения паркетов:

Сумма углов многоугольников в узле паркета должна равняться 360 °

Пусть в каждой точке плоскости сходятся m одинаковых правильных n -угольников, то должно выполняться равенство:

$$m \cdot 180^\circ \cdot (n-2) / n = 360^\circ.$$

Величина угла правильного n -угольника равна $180^\circ \cdot (n-2) / n$

После преобразований получим:

$$m = 2 \cdot n / (n-2), m - \text{натуральное число.}$$

Если $n=3$, $m=6$ (6 треугольников в узле).
 Если $n=4$, $m=4$ (4 четырёхугольника в узле).
 Если $n=5$, $m=3,333333\dots$

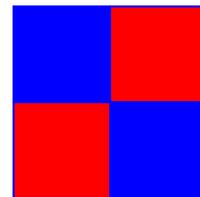
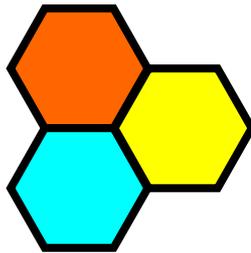
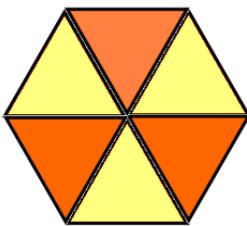
Значит, **пятиугольниками заполнить плоскость нельзя.**

Если $n=6$, $m=3$ (шестиугольника)

Для $n \geq 7$ не существует правильных многоугольников, для которых бы выполнялось главное условие. Значит, паркет из этих многоугольников ($n > 7$; 8; 9...) построить нельзя!

Паркет можно построить из:

- правильных треугольников;
- правильных шестиугольников;
- правильных четырехугольников.



На основе этих 3 правильных многоугольников можно составить различные правильные паркеты.

2.1.2. Полуправильные паркеты из разноименных многоугольников.

При каких условиях окрестность точки можно замостить без пропусков и перекрытий комбинациями разных правильных многоугольников?

Из каких правильных разноименных многоугольников можно составить паркет?

Выясним условия, при которых окрестность точки можно замостить без пропусков и перекрытий комбинациями разных правильных многоугольников.

Величина каждого угла $180^\circ \cdot (n-2)/n < 180^\circ$, в то же время $180^\circ \cdot (n-2)/n \gg 60^\circ$, (т.к. внутренний угол правильного треугольника 60°),

т.е. $60^\circ \leq 180^\circ \cdot (n-2)/n < 180^\circ$

$360^\circ / 2 = 180^\circ$, значит, окрестность точки нельзя замостить двумя правильными многоугольниками.

$360^\circ / 3 = 120^\circ < 180^\circ$, **наименьшее количество правильных многоугольников, которые можно уложить, чтобы покрыть окрестность точки, равно 3.**

$360^\circ / 4 = 90^\circ < 180^\circ$

$360^\circ / 5 = 72^\circ < 180^\circ$

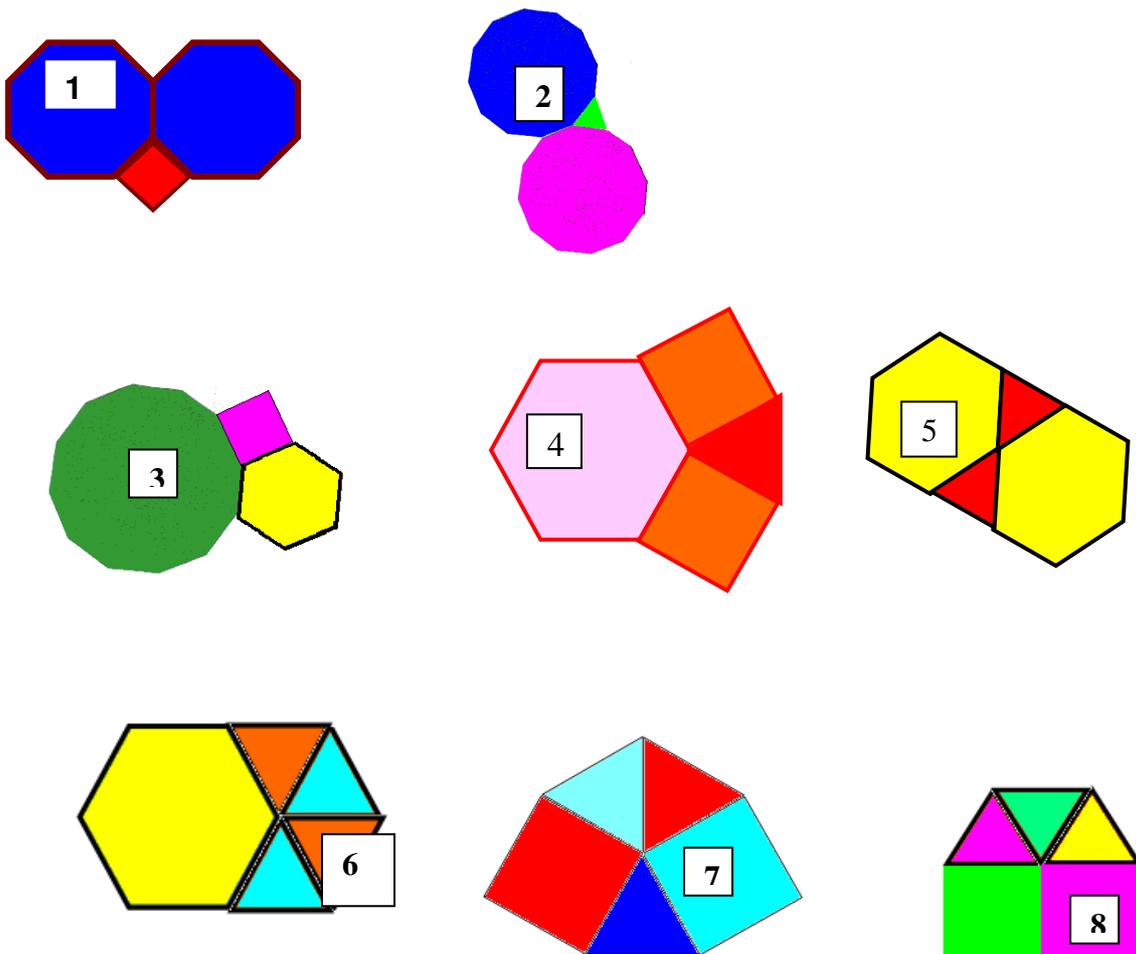
$360^\circ / 6 = 60^\circ < 180^\circ$, **наибольшее количество правильных многоугольников, которые можно уложить, чтобы окрестность точки, равно 6.**

Окрестность точки можно замостить 3, 4, 5, 6 правильными многоугольниками.

Таким образом, решение задачи распадается на анализ тех вариантов, когда в вершине паркета сходятся 3, 4, 5 и 6 правильных многоугольников.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	$\Sigma = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 360^\circ$
1	135°	135°	90°			Паркет из квадрата и 2 восьмиугольников
2	60°	150°	150°			Паркет из треугольника и 2

						двенадцатиугольников
3	150°	90°	120°			Паркет из двенадцатиугольника, шестиугольника и квадрата
4	120°	60°	90°	90°		Паркет из шестиугольника, треугольники и двух квадратов.
5	120°	120°	60°	60°		Паркет из двух правильных треугольников и двух правильных шестиугольников
6	60°	60°	60°	60°	120°	Паркет из четырех треугольников и шестиугольника
7-8	60°	60°	60°	90°	90°	Паркет из трех правильных треугольников и двух квадратов

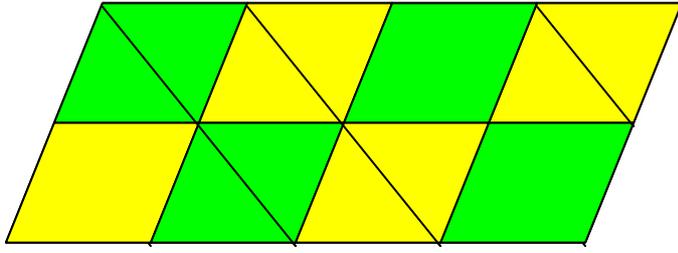


Если длина стороны многоугольников паркета задана, то существует только 11 различных правильных паркетов.

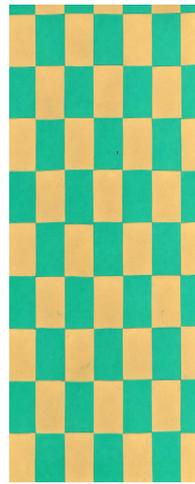
Паркет из неправильных многоугольников.

Можно сложить паркет из произвольных неправильных, но все же одинаковых треугольников.

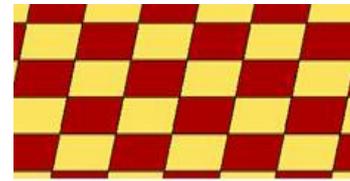
Для этого сложим из треугольников одинаковые параллелограммы, а затем замостим всю плоскость такими параллелограммами.



Можно сложить паркет из прямоугольников, ромбов, четырехугольников произвольной формы.



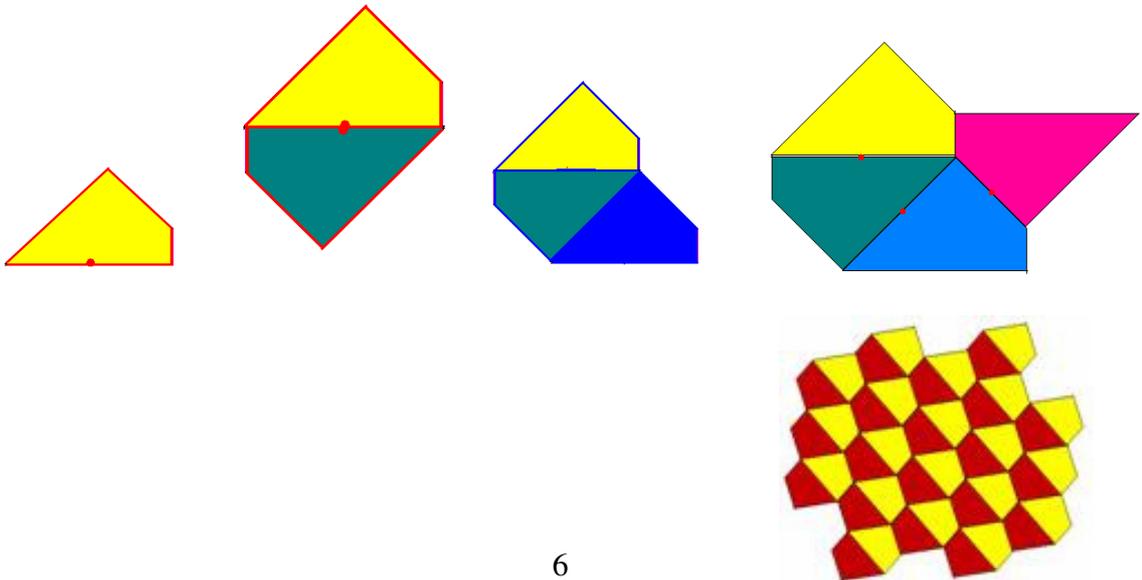
Паркет из прямоугольников



Паркет из ромба

Паркет из четырехугольников произвольной формы можно построить с помощью центральной симметрии.

Попробуем заполнить плоскость неправильными четырехугольниками. Возьмем произвольный четырехугольник ABCD и построим симметричный ему относительно середины стороны AB четырехугольник. Исходный обозначим цифрой I, а симметричный - цифрой II. Теперь четырехугольник II отразим симметрично относительно середины его стороны BC. Полученный четырехугольник обозначим цифрой III и отразим его симметрично относительно середины стороны CD. Полученный четырехугольник обозначим цифрой IV. Четырехугольники I,II,III,IV при-мыкают к общей вершине углами A,B,C,D. Сумма углов четырехугольника равна 360 градусам, поэтому четырехугольники заполняют плоскость вокруг общей вершины.



Интересно знать следующее:

1. Плоскость можно покрыть копиями центрально-симметричного шестиугольника, или копиями пятиугольника с двумя параллельными сторонами. До сих пор не найдены все типы выпуклых пятиугольников, из которых складываются паркетные плитки.

2. Зато доказана теорема, утверждающая: «Нельзя сложить паркет из копий выпуклого семиугольника». В то же время существуют паркетные плитки из невыпуклых семиугольников:



2.2. ЖБК-1 г. Белгорода, основы производства

2.2.1. Историческая справка.

В повседневной жизни мы нередко встречаемся с покрытиями плоскости многоугольниками: полы в жилых домах застилают паркетом, стены ванных комнат покрывают кафельными плитками, современные здания украшают орнаментами, площади и тротуары мостят плиткой.

Правильным паркетом (мозаикой, архимедовым разбиением) называется разбиение плоскости на правильные многоугольники, такое что многоугольники примыкают друг к другу только по целой стороне и все вершины («звезды») паркета устроены одинаково, т. е. к каждой вершине сходятся одни и те же многоугольники в одном и том же порядке.

История мощения улиц прямоугольными кусками камней с ровной поверхностью уходит своими корнями в очень древние времена. Форма используемого при данной работе камня в виде бруска и дало название самому виду дорожного покрытия – брусчатка. Первые свидетельства использования брусчатки известны еще со времен Древней Греции, где ей уже мостили улицы. Такие ценные качества камня, как прочность, износоустойчивость и долговечность в сочетании с экологичностью делают брусчатку все более популярной и в наши дни. В древности процесс изготовления брусчатки был очень трудоемким и, в связи с практически полным отсутствием каких-либо механизмов, выполнялся вручную. Это был титанический труд! Камень сначала добывали, затем кололи, придавая форму вытянутого прямоугольника и, для придания поверхности ровного вида, шлифовали. Такая первобытная технология с использованием, в основном, рабского труда была очень медленной. Разумеется, этот метод изготовления брусчатки абсолютно неприемлем в наши дни. На смену использованию природного камня пришел такой современный и практичный строительный материал, как тротуарный камень из бетона, который получил название - тротуарная плитка. Использование бетона в изготовлении тротуарной плитки значительно удешевляет получаемый продукт, не уступая по прочности и долговечности первоисточнику – природному камню.

В работе рассматриваются покрытия плоскости различными типами многоугольников. Среди покрытий выделяются «паркетные», т. е. покрытия, различные элементы которых не имеют общих внутренних точек. Найдены все значения n , при которых можно составить паркет из правильных, равных между собой n -угольников.

Тротуарная плитка есть бесконечное семейство многоугольников, покрывающее плоскость без просветов и двойных покрытий. Мы будем рассматривать только покрытия из плитки, составленные из равных между собой многоугольников. Дополнительно всегда предполагается, что если «паркет» составлен из копий выпуклого многоугольника, то каждые две копии либо не имеют общих точек, либо имеют общую сторону (называемую также ребром «паркета»), либо общую вершину (называемую вершиной «паркета»).

2.2.2. Производство

В г. Белгород ОАО "Завод ЖБК-1" изготавливает тротуарную плитку и малые архитектурные формы с 1997 года (см приложение, рисунок 1).

Производство осуществляется из натуральных материалов (гранитный щебень, песок, цемент, вода) на автоматизированном оборудовании немецких фирм "HENKE" и "HESS".

Тротуарная плитка пригодна для всех типов поверхности дорожного покрытия и любых нагрузок. Главными областями ее применения являются дороги подъездные, остановочные карманы, автостоянки, места отдыха, автозаправки, проезжие участки рельсовых путей, промышленные площадки, перроны, пешеходные зоны, тротуары и велосипедные дорожки, въезды в частные жилищные участки, территории дворов.

2.2.3. Типы плитки производимой на ЖБК-1

Приложение, рисунок 1.

2.2.4 Виды укладки тротуарной плитки

Приложение, рисунок 2.

3. Практическая часть

3.1 Измерение параметров внутреннего двора школы и вычисление его площади

Приложение, рисунок 3.

3.2. Создание дизайн - проекта, различных способов укладки плитки

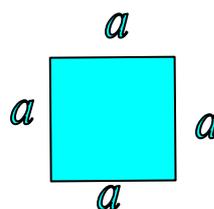
Какой вид паркета самый экономичный?

Нам нужно узнать, из каких данных многоугольников с заданным периметром практичнее, выгоднее вырезать паркет, т.е. при равном времени, затраченном на вырезание паркета, площадь вырезанного паркета окажется наибольшей.

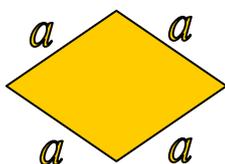
Возьмем паркет из квадрата, ромба, прямоугольника, параллелограмма и трапеции с заданным периметром p .

1) Квадрат.

$$S = a = \left(\frac{p}{4} \right)^2 = \frac{p^2}{16}$$



2) Ромб.



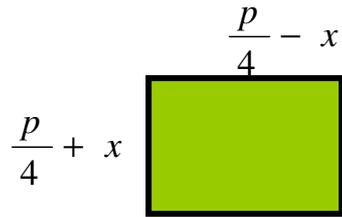
$$S = a^2 \sin \gamma = \frac{p^2}{16} \sin \gamma < \frac{p^2}{16}$$

$\sin < 1$

$\int \gamma$

3) Прямоугольник.

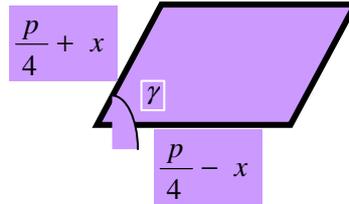
$$S = AB \cdot BC = \left(\frac{p}{4} - x\right) \left(\frac{p}{4} + x\right) = \left(\frac{p}{4}\right)^2 - x^2 < \frac{p^2}{16}$$



4) Параллелограмм.

$$S = AB \cdot BC \sin \gamma = \left(\frac{p}{4} - x\right) \left(\frac{p}{4} - x\right) \sin \gamma =$$

$$= \left(\frac{p^2}{4} - x^2\right) \sin \gamma < \frac{p^2}{16} - x^2 < \frac{p^2}{16}$$



Таким образом, рассмотрев четырёхугольники с одинаковым периметром мы увидели, что лучше всего паркет строить из квадратов т.к. у него, при равном периметре, площадь больше, чем у прямоугольника, параллелограмма, ромба.

На их обработку, вырезание каждого, нужно одно и тоже время, так как сумма длин сторон одна и та же. Всего выгоднее делать паркет из квадратов, т.к. из всех четырёхугольников с одинаковым периметром наибольшая площадь у квадрата.

Иначе можно сказать, **из всех четырёхугольников с одинаковым периметром наибольшая площадь у правильного четырёхугольника.** Аналогично можно убедиться, что среди треугольников, шестиугольников с заданным периметром наибольшую площадь имеет правильный шестиугольник.

Наибольшую площадь при заданном периметре имеют правильные многоугольники.

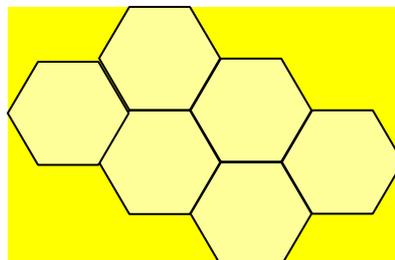
Выясним, при каком n с заданным p правильный многоугольник имеет наибольшую площадь?

$$1) n=3; a = \frac{p}{3}; S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; S = \frac{p^2 \sqrt{3}}{36}.$$

$$2) n=4; a = \frac{p}{4}; S = \frac{p^2}{16}.$$

$$3) n=6; a = \frac{p}{6}; S = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}; S = \frac{p^2 \sqrt{3}}{24}.$$

Из правильных треугольников, квадратов и шестиугольников с одинаковым периметром **наибольшая площадь – у шестиугольника.**



Природа - лучший «вычислитель», тому подтверждение пчелиные соты, снежинки, кристаллы. **Пчелы, строя соты, инстинктивно стараются сделать их как можно более вместительными и израсходовать при этом как можно меньше воска, поэтому пчелиные соты имеют форму правильных шестиугольников?**

Приложение, рисунок 4.

В основу создания дизайн – проекта были положены принципы эстетичности и экономичности.

4. Заключение

- Выявили преимущества тротуарной плитки.

Эстетические:

- различная конфигурация и цвет;
- выгодный контраст с сегодняшними однотонными покрытиями;
- возможность выкладывать разнообразные рисунки, включая надписи и рекламу, удовлетворит любые творческие планы;
- улучшает архитектурную выразительность и внешний вид города;
- конструктивные особенности исключают негативные последствия атмосферных осадков (лужи, наледи, изломы и трещины).

Экологические:

- отсутствие вредных испарений, как, например, у асфальтобетонных покрытий;
- не имеется вредного радиационного фона по сравнению с асфальтобетонными покрытиями;
- низкая температура разогрева сохраняет прохладу в жаркое время года.

Экономические:

- затраты на устройство и поддержание в нормальном состоянии плиточных покрытий в течение срока службы ниже, чем у асфальтобетонных.

- Поняли принципы построения правильных паркетов и использование этих знаний при укладке тротуарной плитки.

Практическая значимость

Создание дизайн проекта благоустройства внутреннего двора МОУ-СОШ №36

1. Измерения территории.
2. Изучение ассортимента тротуарной плитки, производимой на ЖБК-1 города Белгорода.
3. Расчёты экономичного и высоко - художественного покрытия из тротуарной плитки, производимой на ЖБК-1 города Белгорода, дизайн проект с использованием редактора «Paint».

Рекомендации

Предложить созданный дизайн – проект администрации школы, для использования при благоустройстве внутреннего двора школы.

5. Литература

1. Энциклопедический словарь юного математика. -М.:Педагогика, 1985, стр.200-2001.
2. И.М.Смирнова, В.А.Смирнов «Паркеты и их иллюстрация» статья в журнале «Математика в школе» №8 2000 год.
3. А.Н.Колмогоров. [Паркеты из правильных многоугольников](#). Журнал "Квант" №3, 1970 г.
4. О. Михайлов. «Одиннадцать правильных паркетов», журнал «Квант», №5, 1979г.
5. Сборник статей к 50 - летию завода ЖБК-1, г. Белгород, 2003.
6. Созидание во имя повышения качества жизни. Строительные материалы и услуги, г. Белгород, ЖБК-1, 2008г.
7. Проспект. Тротуарная плитка. г. Белгород, ЖБК-1, 2009г.

6. Приложение

рисунок 1



рисунок 2



рисунок 3

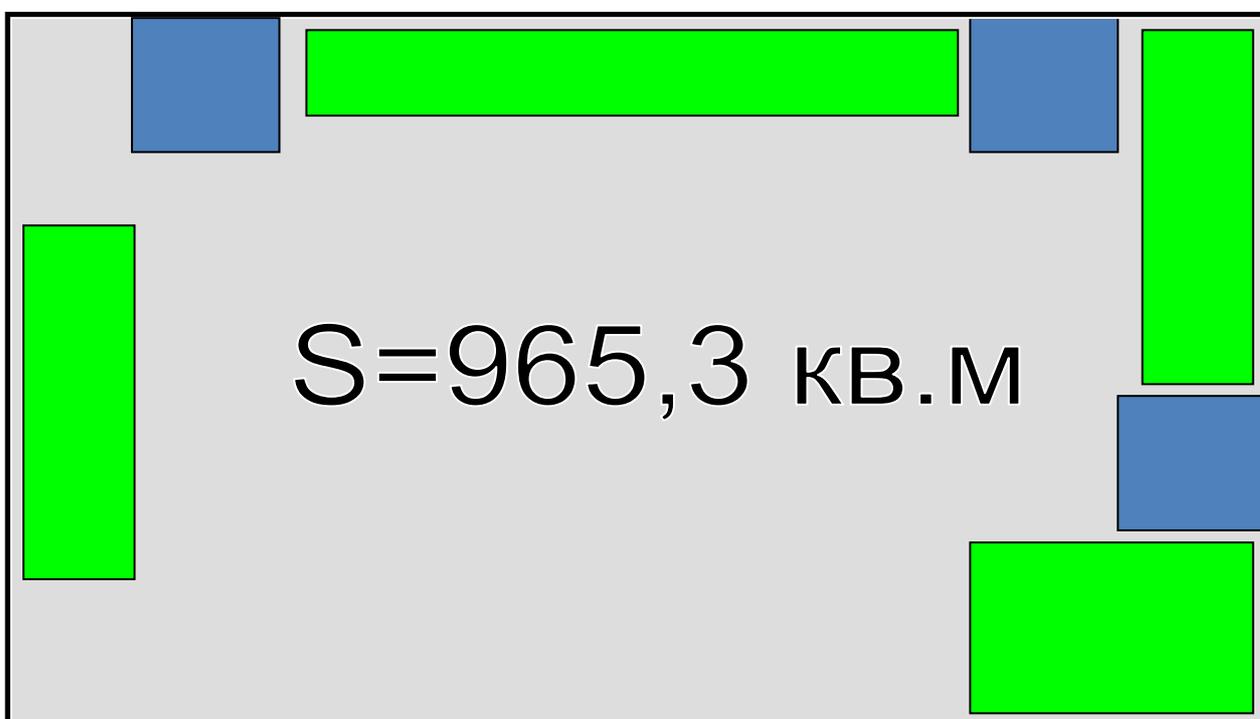


Рис.4

Дизайн - проект «Солнечный двор»
Маросулова Камила 8 «Б» класс
победительница конкурса «Моя школа»

