# Муниципальное казенное образовательное учреждение основная общеобразовательная школа №1 города- курорта Железноводска

## Музыка и математика в цифрах

Исследователь: Степанов Александр Андреевич

ученик 7Г класса, МКОУ ООШ№1

Руководитель: Егорова Татьяна Григорьевна,

Учитель математики

### Содержание:

Введение	.3-4
Глава 1. История исследования музыки и математики	5-7
Глава 2. Исследование музыкальных произведений	8-10
2.1. Г. Гладков «Бременские музыканты».	8-9
2.2. И. С. Бах «Прелюдия№1»	9-10
Глава 3. Исследование дат рождений	11-13
Заключение	14
Список литературы	15-16
Приложения	17-18

#### Введение

«Музыка есть таинственная арифметика души;

Она вычисляет, сама того не подозревая»

Г.Лейбниц.

Математика и музыка – два школьных предмета, два полюса человеческой культуры. Слушая, музыку мы попадаем в волшебный мир звуков и открываем в ней совершенство, простоту и гармонию. Решая математические задачи, мы погружаемся в строгое пространство чисел. И не задумываясь о том, что мир звуков и пространство чисел издавна тесно связаны друг с другом.

И что если попробовать определенным образом переложить ноты на числа. Будет ли наблюдаться в этом числовом ряду закономерность? Если такая связь существует, то можно предположить обратное, что ряд чисел имеет свое музыкальное звучание. В этом и актуальность моего исследования.

**Цель** моего исследовательского проекта: провести взаимосвязь между музыкой и математикой.

Для достижения поставленной цели необходимо выполнить ряд задач:

- 1. Выяснить, были ли в истории попытки связать музыку с математикой.
- 2. Провести свое исследование по установлению связи между музыкой и цифрами, рассмотрев музыкальные произведения, как математическую модель.
- 3. Переложить числа (даты рождения одноклассников) на музыку
- 4. Установить связь между звуками и способностями личности.

В своей работе я выдвинул следующую **гипотезу**: любое музыкальное произведение можно представить, как некую математическую модель.

Объект исследования: музыка и математика.

#### Методы исследования:

- 1.Изучение, обработка и анализ документов.
- 2. Метод исследования музыкального произведения.
- 3. Метод проблемно-поисковой ситуации.

**Методологической основой работы:** являются труды Рене Декарта, "Трактат о музыке, " Готфрид Лейбниц, Христиан Гольдбах, Жан Даламбер, Даниил Бернулли.

**Постоянным источником** размышления стали взгляды и убеждения Готфрида Лейбница и Пифагора.

#### Глава 1. История исследования связи музыки с математикой

Математика – царица наук, тесным образом перекликается с музыкой. Несомненно, математика пронизывает музыку.

Музыка и ее первый звук родились одновременно с творением мира, как утверждали древние мудрецы.

В своих трудах ученые неоднократно делали попытки представить музыку как некую математическую модель. Приведем, к примеру, одну из цитат из работы Леонарда Эйлера "Диссертация о звуке", написанная в 1727 году: "Моей конечной целью в этом труде было то, что я стремился представить музыку как часть математики и вывести в надлежащем порядке из правильных оснований все, что может сделать приятным объединение и смешивание звуков".

Свое отношение к математике и музыки ученые высказывались в своих личных переписках. Так, к примеру, Лейбниц в письме Гольдбаху пишет: "Музыка есть скрытое арифметическое упражнение души, не умеющей считать". На что Гольдбах ему отвечает: "Музыка - это проявление скрытой математики".

Однако, одним из первых, кто попытался выразить красоту музыки с помощью чисел, был Пифагор. Он создал свою школу мудрости, положив в ее основу два предмета - музыку и математику. Музыка, как одно из видов искусств, воспринималась наряду с арифметикой, геометрией и астрономией как научная дисциплина, а не как практическое занятие искусством.

Пифагор считал, что гармония чисел сродни гармонии звуков и что оба этих занятия упорядочивают хаотичность мышления и дополняют друг друга. Он был не только философом, но и математиком, и теоретиком музыки. Родился Пифагор около 570 года до нашей эры на острове Самосее. Пифагор основал науку о гармонии сфер, утвердив ее, как точную науку. Известно, что пифагорейцы пользовались специальными мелодиями против ярости и гнева. Они проводили занятия математикой под музыку, так как заметили, что она благотворно влияет на интеллект. Он учился музыки в Египте и сделал ее предметом науки в Италии. Пифагор считал, что гармония чисел сродни гармонии звуков и что оба этих занятия упорядочивают хаотичность мышления и дополняют друг друга. Одним из достижений Пифагора и его последователей в математической теории музыки был разработанный ими «Пифагоров строй». Новая технология использовалась для настройки популярного в то время инструмента — лиры. Тем не менее, «Пифагоров строй» был несовершенен, как и древнегреческая арифметика. Расстояние между

соседними звуками «Пифагорова строя» неодинаковые. Он — неравномерный. Чтобы сыграть мелодию, от какой- либо другой ноты, лиру каждый раз нужно перенастраивать. Исследованию музыки посвящали свои работы многие величайшие математики, такие как: Рене Декарт ( его первый труд - "Compendium Musicae" в переводе "Трактат о музыке") , Готфрид Лейбниц, Христиан Гольдбах, Жан Д'Аламбер, Даниил Бернулли и другие.

**Микровывод.** «Раздумывая об искусстве и науке, об их взаимосвязях и противоречиях, я пришел к выводу, что математика и музыка находятся на крайних полюсах человеческого духа, что этими двумя антиподами ограничивается и определяется вся творческая и духовная деятельность человека. Что между ними размещается все, что человечество создало в области наук и искусства» - писал Г. Нейгауз. Изучив работы ученых, мною было установлено, что в прошлом были неоднократные попытки рассматривать музыку, как один из объектов изучения математики. Таким образом, многие учёные в древности считали, что гармония чисел является сродни гармонии звуков и дополняет друг друга, музыку и математику.

#### Глава 2. Исследования музыкальных произведений

#### 2.1 Произведение Г. Гладкова «Бременские музыканты» (приложение 1)

Попробуем сделать математическую модель этого произведения: каждой ноте мы присвоили номер ступени. Цифра 1 – I ступень, 2 – II ,3 – III, 4 – IV, 5 – V ,6 – VI ,7 – VII, 8 – I, 9 – II ,0 – III. Переложили ноты на числа и получили при этом такой ряд чисел:  $\underline{11123313/535/44432246/545/3353/666716/22217572/176/4561/7672/321117/176213/1444443/122211/2.$ 

Черта между цифрами служит тактовой четой, то есть делит их на такты, так как сделано в произведении.

В музыке есть понятие - устойчивые ступени, на которых строится тоническое трезвучие (Т5/3): 1, 3, 5 ступени. Если в каждом полном такте сложить номера устойчивых ступеней, то мы заметим следующую закономерность.

В первом такте сумма равна 13 (1+1+1+3+3+1+3), во II – тоже 13 (5+5+3), в III – 3 (3), в IV – 10 (5+5), в V – 14 (3+3+5+3), в VI – 1, в VII – 6 (5+1), в VIII – 1, в IX – 6 (5+1), в X – 0, в XI – 6 (3+1+1+1), в XII – 4 (1+3), в XIII – 3, в XIV – 1. Получили ряд чисел: 13, 13, 3, 10, 14, 1, 6, 1, 6, 0, 6, 4, 3, 1.

**Вывод**: Следовательно, наблюдаем, что в произведении повторяется группа цифр: 14, 13, 10, 6, 4, 3, 1, 0.

Теперь попробуем перемножить в каждом такте номера ступеней.

Получили числа в соответствии с номерами тактов:

I. <u>54</u> (1*1*1*2*3*3*1*3).	VIII. 12 (1*7*6)
II. <u>75 (</u> 5*3*5)	IX. <u>120</u> (4*5*6*1)
III. 18432 (4*4*4*3*2*2*4*6)	X. 288 (7*6*7*2)
IV.100 (5*4*5)	XI. <u>336</u> (3*2*2*2*2*7)
V. 135 (3*3*5*x3)	XII. 252 (1*7*6*2*1*3)
VI. 9072 (6*6*6*7*1*6)	XIII. 3072 (4*4*4*4*4*3)
VII. <u>3920</u> (2*2*2*1*7*5*7*2)	XIV. 16 (2*2*2*2*1)

Имеем следующий ряд чисел: значения в I (11123313) и II (535); III (44432246) и XIII (4444443); VI (666716), VIII (176) и XIV (22221); XI (322227), IX (4561) и VII (22217572) тактах получились разные за счет того, что количество нот в них различное.

## 2.2. Классическое произведение И. С. Баха Хорошо темперированный клавир «Прелюдия №1»

Рассмотрим шесть тактов этого произведения.

Получили следующий ряд чисел:

1351351313513513/ 1262462412624624/ 7252452472524524/ 1351351313513513/ 1263663613636636/ 1262462412624624/...

Сложим цифры – устойчивые ступени. I – 44, II – 2, III – 20, IV – 44, V – 17, VI – 2... Получили ряд чисел: 44, 2, 20, 44, 17, 2.

Следовательно, наблюдаем, что в произведении повторяется группа цифр: 44 и 2. Теперь попробуем перемножить в каждом такте номера ступеней.

Получили числа в соответствии с номерами тактов:

- I. 455625 (1\*3\*5\*1\*3\*5\*1\*3\*1\*3\*5\*1\*3\*5\*1\*3)
- II. 21233664 (1\*2\*6\*2\*4\*6x2x4x1x2x6x2x4x6x2x4)
- III. 501760000 (7x2x5x2x4x5x2x4x7x2x5x2x4x5x2x4)
- IV. 455625 (1x3x5x1x3x5x1x3x5x1x3x5x1x3)
- V. 136948896 (1x2x6x3x6x6x3x6x1x3x6x3x6x3x6x3x6)
- VI. 21233664 (1x2x6x2x4x6x2x4x1x2x6x2x4x6x2x4)

Числа I и IV, II и VI тактов повторяются, следовательно представляют математическую модель, которая имеет числовую закономерность.

**Микровывод.** Любое музыкальное произведение можно представить как математическую модель, которая будет иметь числовые закономерности. Однако, в ходе выполнения исследования, выше перечисленными способами, мною выявлено, что каждый числовой ряд имеет свою математическую закономерность ( из-за разного количества нот в тактах). Таким примером является музыкальное произведение «Бременские музыканты».

#### Глава 3. Исследование дат рождений

Следуя теории Пифагора числа обладают абсолютной властью над всеми событиями, над всеми живыми существами, а значит, числа правят музыкой. В своих работах он утверждал, что музыка подчиняется высшему закону (математике) и в следствии этого восстанавливает в организме человека гармонию.

Нумерология - паранаука о числах. Нумерология имеет еще одно распространенная название - магия чисел. В нумерологии все слова, имена, числа можно свести к единичным разрядам (однозначным человеком), которые соответствует оккультным характеристикам, влияющим на жизнь человека. Это значит, что каждому числу, согласно нумерологии, соответствует определенные свойства, образы и понятия. Нумерологию используют для определенного характера человека, его природных способностей для выявления сильных и слабых сторон его личности, а также для определения характера человека, его природных способностей, для выявления сильных и слабых сторон его личностей, а также для определения подходящих профессии, места проживания и многих других факторов

Даты рождений - это ряд чисел. Попробуем установить связь между числами и музыкой.

Мною были исследованы даты рождений 8 учащихся 7г класса, в котором я обучаюсь. Как известно дата - набор цифр. Мы предложим даты на ноты. У каждого человека получилось по одному аккорду (см. приложения аккордов ).

Были аккорды звучавшие гармонично и вовсе безобразное, резкое (в музыке гармоничное звучание тонов называют консонансом. А безобразное, резкое звучание называется диссонансом.

На рисунке, где под аккордом стоит знак « - », аккорд звучал негармонично, а значит, диссонанс. А если мелодично, то знак « + » - это консонанс. Каждой ноте мы присвоили номер ступени. До - 0, ре -1, ми - 2, фа - 3, соль - 4, ля - 5, си - 6, до - 7, ре - 8, ми - 9. После того, как мы переложили даты рождения на аккорды, попробуем установить связь между звучанием даты рождения и способностями человека.

Таким образом, 8 учащихся 7 класса, по звучанию разделились на две группы Методом опроса я выяснил, чем каждый ученик увлекается. Таким образом мы выяснили следующее:

I Группа( дети у которых аккорды благозвучные ):

Полянская София 09.08.1999 год (пишет картины)

Пупкова Мария 21.10.1999 год (занимается в художественной школе)

Таранцева Анна 29.03.1999 год (пишет стихи)

Умрихина Екатерина 12.01.1999 год (танцует)

Степанов Александр 13.09.1999 год (играет на фортепьяно, изучение истории чисел)

II группа (дети у которых аккорды не звучат):

Крючкова Анна 03.03.2000 год (интерес к математике)

Суровикина Валерия 30.12.1999 год (интерес к физике)

Сизиков Юрий 31.07.1999 (занимается футболом, играет в шахматы)

Дети класса творческие люди на это влияет их даты рождения.

В первой группе, где аккорды звучат мелодично, оказалось большинство детей с творческими наклонностями: некоторые из них занимаются в художественной школе или танцами. Данная группа детей обладает творческими способностями, косвенно или напрямую связаны с музыкой.

Во второй группе где аккорды звучали «резко», большинство детей занимаются изучением точных наук: математика, физика.

Следует отметить, что в двух группах оказались те, кто по тем или иным причинам ничем не увлекаются и не занимаются в каких либо секциях. Предполагаю, что возможно, они имеют эти склонности , но они ещё не реализовали их.

Вывод: большее количества учащихся класса имеют творческие способности. Возможно именно с этим связанно активное участие класса во всех школьных мероприятиях, свободно организуем классные вечера.

Мои исследования оказались интересны не только мне, но и классным руководителям других классов, они помогают им планировать работу как с классом в целом, так и с отдельным ребёнком.

#### Заключение

В своей исследовательской работе я выдвинул гипотезу о том, что любое музыкальное произведение можно представить как математическую модель, которая будет иметь числовые закономерности.

По изложенному в работе способу перевода из нот в числовой ряд следует, что моя гипотеза верна, так как способов перевода может быть несколько. В работе мы рассмотрели два способа: это сложение устойчивых ступеней и произведения устойчивых ступеней.

Однако, в ходе выполнения исследования музыкальных произведений, выше перечисленными способами, мною выявлено, что не каждый числовой ряд имеет такую математическую закономерность. Таким примером является музыкальное произведение «Бременские музыканты».

В своей работе я провел исследование дат рождений одноклассников. То, что музыка отражает в себе закономерность числового ряда и как следствие имеется связь между звучанием дат рождений и наклонностями человека находит подтверждение в моем исследовании.

Но для утверждения того, что звучание даты рождения определяет определенный тип особенностей человека, необходимо большее количество исследуемых. Если в последующем, при более глубоком и многочисленным исследовании, наше предположение будет доказано, это даст человеку еще один способ открыть себя, определить род занятий, выбрать профессию, где наиболее полно раскроется потенциал личности.

В заключение исследования, мне хочется процитировать слова известного философа, математика 19-20 вв. Бертрана Рассела «Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой – красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства».

#### Список литературы

- 1. Деплан И. Я. Мир чисел. М.: «Просвещение», 2005
- 2.Дэвид Филипс. Нумерология и открытие внутреннего "Я". Полное практическое руководство. СПб: София, 2007, 256с.
- 3. Жмудь Л. Я. Пифагор и его школа М.: Наука, 1990, 192с.
- 4. В.П. Ковалев "Математика в музыке". Выступление на семинаре в Московском физикотехническом институте в секции математических основ жизнеустройства, 2007
- Холопов Ю. Н. Консонанс и диссонанс // Музыкальный энциклопедический словарь.
   М.: Советская энциклопедия, 1990.
- 6. Хорошо темперированный клавир: Ноты произведений на International Music Score Library Project
- 7. Шарапкина Е. П. Гармония математики и музыки/П.Е.Шарапкина.//Университетские чтения 2006г.
- 8. Энциклопедия для детей. Т. 7. Искусство. Ч. 1. Э68-е изд., испр./Глав. Ред. М.Д. Аксенова. М..6 Аванта +, 2006 688 с.: ил.
- 9. Энциклопедический словарь юного музыканта Э68/сост. В.В. Медушевский, О.О. Очаковская. М.: Педагогика, 2007. 352с., ил.
- 10. Энциклопедический словарь юного математика. М.; «Педагогика» 1985г
- 11. Я познаю мир: Детская энциклопедия: Музыка /авт. А.С. Кленов. Под общей ред. О.Г. Хинн. М.: ООО Фирма «Издательство АСТ», 2010. 46

Интернет ресурсы:

- 1.http://www.stonot.ru/
- 2.http://www.krugosvet.ru/
- 3.http://www.wikipedia.org/
- 4. http://ru.wikibooks.org/wiki
- 5. http://www.piano notes.net/
- 6. Интернет ресурс: Letopisi.ru Проект «Музыкальная математика»

#### Г. Гладков «Бременские музыканты»



## Prelude No.1

J.S.Bach



